



**WPLYW WŁASNOŚCI ABSORPCYJNYCH ŚCIAN NA ZALEŻNOŚĆ  
CZASU POGŁOSU OD CZĘSTOTLIWOŚCI  
W POMIESZCZENIU O ZŁOŻONYM KSZTAŁCIE**

**Influence of wall absorption on frequency dependence  
of reverberation time in room of irregular geometry**

**Mirosław Meissner**

Institut Podstawowych Problemów Techniki PAN  
00-049 Warszawa, ul. Świętokrzyska 21  
E-mail: [mmeissn@ippt.gov.pl](mailto:mmeissn@ippt.gov.pl)

**STRESZCZENIE**

W pracy przeanalizowano proces zaniku dźwięku w pomieszczeniu złożonym z dwóch pomieszczeń prostopadłościennych sprzężonych akustycznie w przypadku małych częstotliwości pobudzenia. Funkcje i wartości własne obliczono numerycznie stosując program EIGEN wykorzystujący algorytm różnicowy i metodę wymuszenia harmonicznego. Czas pogłosu wyznaczono na podstawie spadku wartości średniej kwadratowej ciśnienia wewnątrz pomieszczenia. Obliczenia czasu pogłosu przeprowadzono dla trzech różnych rozkładów materiału pochłaniającego. Wyniki pokazały, że największe zmiany czasu pogłosu w funkcji częstotliwości występują w przypadku, gdy materiał pochłaniający znajduje się tylko na ścianach bocznych pomieszczenia.

**1. MODEL TEORETYCZNY**

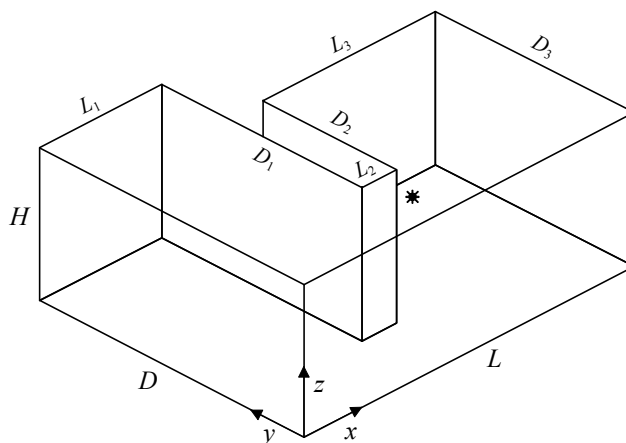
Przedmiotem analizy jest proces zaniku dźwięku w pomieszczeniu, którego kształt i wymiary pokazano na rys. 1. Przedstawiona geometria odpowiada często spotykanej w praktyce sytuacji, gdy dwa pomieszczenia o prostopadłościennym kształcie są sprzężone akustycznie. Jeżeli wewnątrz pomieszczenia znajduje się źródło dźwięku, to funkcję opisującą zmiany ciśnienia w czasie i przestrzeni można, zgodnie z założeniami analizy modalnej, przedstawić jako rozwinięcie w szereg względem funkcji własnych

$$p = V^{1/2} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} p_{mn}(t) \Phi_{mn}(x, y, z), \quad (1)$$

gdzie  $V$  to objętość pomieszczenia,  $p_{mn}(t)$  to składowa czasowa ciśnienia dla modu  $(m, n)$ ,  $m = 0, 1, 2, \dots$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$ , oraz  $\Phi_{mn}$  to unormowane funkcje własne

$$\Phi_{mn} = \begin{cases} \Psi_n(x, y)/\sqrt{H}, & m = 0, \\ \sqrt{2/H} \cos(m\pi z/H) \Psi_n(x, y), & m > 0. \end{cases} \quad (2)$$

Występujące w rów. (2) funkcje własne  $\Psi_n$  są znormalizowane względem powierzchni przekroju poziomego pomieszczenia, a wyznaczenie ich postaci oraz odpowiadających im wartości własnych wymaga zastosowania procedury numerycznej.



Rys. 1. Analizowane pomieszczenie o złożonym kształcie. Symbol określa położenie źródła dźwięku.

Gdy źródło dźwięku w pomieszczeniu promieniuje ze stałą mocą, straty energii pokrywane są przez źródło i po pewnym czasie ustala się stan równowagi – energia pochłaniana przez ściany jest równa energii dostarczanej przez źródło. Jeżeli następnie źródło przestanie promieniować, to energia zawarta w pomieszczeniu jest pochłaniana przez ściany i dźwięk stopniowo zanika. W takim przypadku zależność określająca składową czasową ciśnienia dla modu  $(m, n)$ , gdzie indeksy  $m$  i  $n$  nie są równocześnie równe zero, przyjmie postać

$$p_{mn}(t) = \frac{Q_{mn} \omega_{mn} \exp(-r_{mn}t)}{\Omega_{mn} \sqrt{(\omega_{mn}^2 - \omega^2)^2 + 4r_{mn}^2 \omega^2}} \cos(\Omega_{mn}t - \alpha_{mn}), \quad (3)$$

gdzie  $\alpha_{mn} = \tan^{-1} [r_{mn} (\omega_{mn}^2 + \omega^2) / \Omega_{mn} (\omega_{mn}^2 - \omega^2)]$ ,  $\omega$  to częstotliwość źródła oraz

$$Q_{mn} = c^2 / V^{1/2} \int_V q(x, y, z) \Phi_{mn} dv, \quad (4)$$

to współczynnik określający wydajność źródła dla modu  $(m, n)$ ,

$$r_{mn} = \rho c^2 \int_S \Phi_{mn}^2 / Z ds, \quad (5)$$

to współczynnik tłumienia dla modu  $(m, n)$ , gdzie  $Z$  to impedancja powierzchniowa ścian pomieszczenia dla prostopadłego padania fali akustycznej oraz  $S$  to powierzchnia ścian,

$$\omega_{mn} = \sqrt{(m\pi c/H)^2 + \omega_n^2}, \quad (6)$$

to częstotliwość własna, gdzie  $\omega_n$  to częstotliwość własna dla funkcji  $\Psi_n$ , oraz

$$\Omega_{mn} = \sqrt{\omega_{mn}^2 - r_{mn}^2}, \quad (7)$$

to częstotliwość własna dla drgań tłumionych. W przypadku modu Helmholtza ( $m, n = 0$ ), dla którego częstotliwość własna jest równa zero a unormowana funkcja własna jest postaci  $\Phi_{00} = 1/V^{1/2}$ , zależność dla składowej czasowej jest następująca

$$p_{00}(t) = -\frac{Q_{00} \exp(-2r_{00}t)}{4r_{00}^2 + \omega^2}, \quad (8)$$

gdzie  $Q_{00}$  i  $r_{00}$  oblicza się z równ. (4) i (5) podstawiając funkcję własną  $\Phi_{00}$ . Wykorzystując równ. (1–8) można wyznaczyć czas pogłosu w każdym punkcie pomieszczenia jako funkcję parametrów źródła (częstotliwość, położenie, rozmiar) oraz własności absorpcyjnych ścian zdefiniowanych przez impedancję powierzchniową  $Z$ . Wielkością charakteryzującą zanik dźwięku w całym pomieszczeniu jest natomiast czas pogłosu określony na podstawie spadku wartości średniej kwadratowej ciśnienia zdefiniowanej następująco [1]

$$p_{\text{rms}} = \sqrt{\int_V p^2 / V \, dv}. \quad (9)$$

Jak widać,  $p_{\text{rms}}$  podniesione do kwadratu jest wprost proporcjonalne do akustycznej energii potencjalnej zgromadzonej w pomieszczeniu. Po podstawieniu równ. (1) do równ. (9) i wykorzystaniu ortogonalności funkcji własnych  $\Phi_{mn}$  uzyskuje się

$$p_{\text{rms}} = \sqrt{\sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} P_{mn}^2(t)}. \quad (10)$$

## 2. WYNIKI OBLICZEŃ

Obliczenia czasu pogłosu przeprowadzono dla pomieszczenia z rys. 1 o następujących wymiarach:  $L = 10$ ,  $L_1 = 4$ ,  $L_2 = 1$ ,  $L_3 = 5$ ,  $D = 8$ ,  $D_1 = D_3 = 6$ ,  $D_2 = 4$ ,  $H = 3$  i harmonicznego źródła dźwięku położonego w punkcie  $x = 8$ ,  $y = 4$ ,  $z = 1$  (wszystkie wymiary w metrach). Występujące w równ. (3–7) funkcje i częstotliwości własne wyznaczono numerycznie za pomocą programu EIGEN, gdzie zastosowano algorytm różnicowy oraz metodę wymuszenia harmonicznego [2]. W obliczeniach wykorzystano 140 pierwszych modów własnych o częstotliwościach z zakresu 0–170 Hz. Ponieważ występujące w równ. (10) funkcje  $P_{mn}(t)$  zawierają czynnik harmoniczny, więc czas pogłosu określano na podstawie krzywej regresji drugiego stopnia wyznaczonej dla poziomu ciśnienia

$$L_{\text{rms}} = 20 \log(p_{\text{rms}}/p_0), \quad (11)$$

gdzie  $p_0$  to ciśnienie odniesienia. Krzywa ta stanowi aproksymację średnich, długookresowych zmian poziomu ciśnienia  $L_{\text{rms}}$  w funkcji czasu. W przykładzie obliczeniowym przeanalizowano trzy różne rozkłady materiału pochłaniającego na ścianach pomieszczenia:

- 1) materiał o impedancji  $Z_1$  na podłodze i suficie; ściany boczne idealnie odbijające,
- 2) materiał o impedancji  $Z_2$  na ścianach bocznych; podłoga i sufit idealnie odbijające,
- 3) materiał o impedancji  $Z_3$  na wszystkich ścianach pomieszczenia.

Przyjęto, że we wszystkich przypadkach własności absorpcyjne pomieszczenia charakteryzuje ta sama całkowita chłonność akustyczna  $A$ , a zatem

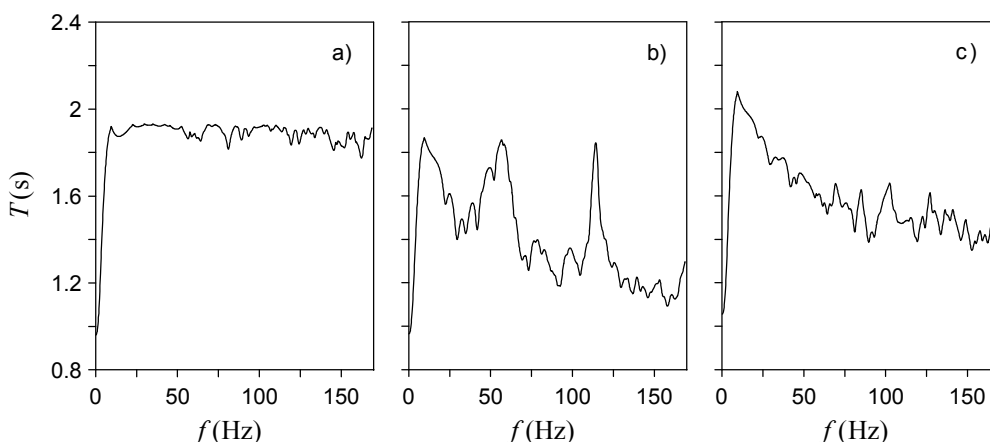
$$\bar{\alpha} = A/S = \frac{\alpha_1 S_1 + \alpha_2 S_2}{S} = \text{const.}, \quad (12)$$

gdzie  $\bar{\alpha}$  to średni współczynnik pochłaniania,  $\alpha_1$  to współczynnik pochłaniania dla podłogi i sufitu,  $\alpha_2$  to współczynnik pochłaniania dla ścian bocznych, natomiast  $S_1$  i  $S_2$  to suma

powierzchni podłogi i sufitu oraz powierzchnia ścian bocznych. Impedancję powierzchniową dla obliczonego z równ. (12) współczynnika pochłaniania wyznaczano ze wzoru [3]

$$\alpha = \frac{8}{\xi} \left[ 1 + \frac{1}{1+\xi} - \frac{2}{\xi} \ln(1+\xi) \right], \quad \xi = Z/\rho c. \quad (13)$$

Na rys. 2 przedstawiono wyniki obliczeń czasu pogłosu dla współczynnika pochłaniania  $\bar{\alpha} = 0,1$ . Obliczony dla tego współczynnika parametr  $\xi$  był dla analizowanych rozkładów materiału pochłaniającego następujący:  $Z_1/\rho c = 31,97$ ,  $Z_2/\rho c = 33,15$  i  $Z_3/\rho c = 71,52$ . Jak wynika z rys. 2, dla  $f < 10$  Hz zależność czasu pogłosu  $T$  od częstotliwości jest bardzo podobna dla wszystkich trzech rozkładów materiału pochłaniającego tzn. widać szybki wzrost  $T$  w funkcji  $f$  będący efektem znacznej różnicy pomiędzy czasem pogłosu dla modu Helmholtza a czasem pogłosu dla kolejnego modu. Powyżej częstotliwości 10 Hz zależność czasu  $T$  od częstotliwości  $f$  jest natomiast wyraźnie inna dla każdego rozkładu materiału pochłaniającego. Dla materiału pochłaniającego znajdującego się tylko na podłodze i suficie zmiany czasu pogłosu są na tyle małe, że można przyjąć  $T \approx \text{const}$ . W pozostałych dwóch przypadkach czas pogłosu zmienia się w szerokim zakresie: od 1,1 s do 1,9 s dla materiału pochłaniającego tylko na ścianach bocznych oraz od 1,4 s do 2,1 s dla materiału pochłaniającego na wszystkich ścianach pomieszczenia. Jest to rezultatem znacznego zróżnicowania wartości współczynników tłumienia dla funkcji  $\Psi_n$  określających zależność funkcji własnych  $\Phi_{mn}$  od współrzędnych położenia  $x, y$ .



Rys. 2. Zmiany czasu pogłosu w funkcji częstotliwości dla materiału pochłaniającego znajdującego się na: a) podłodze i suficie, b) ścianach bocznych, c) wszystkich ścianach pomieszczenia.

## LITERATURA

1. E. DOWELL, Reverberation time, absorption, and impedance, JASA, **64**, 181-191 (1978).
2. Y. HOBOKI, K. YAKUBO, T. NAKAYAMA, Spectral characteristics in resonators with fractal boundaries, Physical Review E, **54**, 1997-2004 (1996).
3. L. KINSLER, A. FREY, Fundamentals of acoustics, 2<sup>nd</sup> ed., Wiley, New York, 1962.