

Karta przedmiotu

Nazwa i kod przedmiotu	Computational Mathematics of Evolutionary Equations, PG_00171117						
Kierunek studiów	Modelowanie matematyczne i analiza danych (O)						
Data rozpoczęcia studiów	październik 2023 r.	Rok akademicki realizacji przedmiotu			2025/2026		
Poziom kształcenia	I stopnia - licencjackie	Grupa zajęć					
Forma studiów	stacjonarne	Sposób realizacji			na uczelni		
Rok studiów	3	Język wykładowy			angielski		
Semestr studiów	6	Liczba punktów ECTS			6.0		
Profil kształcenia	ogólnoakademicki	Forma zaliczenia			egzamin		
Jednostka prowadząca	Rektor -> Wydział Matematyki, Fizyki i Informatyki -> Instytut Matematyki						
Imię i nazwisko wykładowcy (wykładowców)	Odpowiedzialny za przedmiot	dr hab. Karolina Kropielnicka					
	Prowadzący zajęcia z przedmiotu						
Formy zajęć	Forma zajęć	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Projekt	Seminarium	RAZEM
	Liczba godzin zajęć	30.0	0.0	30.0	0.0	0.0	60
	W tym liczba godzin zajęć na odległość: 0.0						
Aktywność studenta i liczba godzin pracy	Aktywność studenta	Udział w zajęciach dydaktycznych, objętych planem studiów		Udział w konsultacjach		Praca własna studenta	RAZEM
	Liczba godzin pracy studenta	60		10.0		80.0	150
Cel przedmiotu	Celem przedmiotu jest zapoznanie studentów z numerycznymi metodami rozwiązywania równań ewolucyjnych, czyli takich, które opisują zmiany w czasie i przestrzeni w modelach matematycznych z obszarów fizyki, biologii, chemii i inżynierii. W trakcie kursu omawiane są sposoby dyskretyzacji czasowej i przestrzennej (m.in. metody różnic skończonych, elementów skończonych i spektralne) oraz numeryczne algorytmy wykorzystywane do ich rozwiązywania. Szczególny nacisk położony jest na zrozumienie własności algorytmów takich jak dokładność, stabilność, wydajność i odporność numeryczna.						

Efekty uczenia się przedmiotu	Efekt kierunkowy	Efekt z przedmiotu	Sposób weryfikacji i oceny efektu
	[MMiADL3_K02] jest gotów do precyzyjnego formułowania pytań, służących pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania	Student jest gotów do formułowania precyzyjnych pytań dotyczących zagadnień numerycznych i obliczeniowych, służących pogłębieniu własnego zrozumienia oraz uzupełnieniu brakujących ogniw w rozumowaniu matematycznym lub algorytmicznym.	[SK1] wypowiedź ustna/rozmowa/diskusja
	[MMiADL3_U10] potrafi rozpoznać problemy, w tym zagadnienia praktyczne, które można rozwiązać algorytmicznie; potrafi dokonać specyfikacji takiego problemu	Student potrafi rozpoznać problemy matematyczne, w szczególności równań ewolucyjnych, które mogą być rozwiązane za pomocą algorytmów numerycznych, oraz potrafi sformułować ich specyfikację umożliwiającą implementację komputerową.	[SU4] test/egzamin - ustny lub pisemny
	[MMiADL3_U11] potrafi ułożyć i analizować algorytm zgodny ze specyfikacją i zapisać go w wybranym języku programowania	Student potrafi zaprojektować i przeanalizować algorytm numeryczny do rozwiązywania równań ewolucyjnych oraz zaimplementować go w języku Python, zgodnie z określoną specyfikacją.	[SU4] test/egzamin - ustny lub pisemny
	[MMiADL3_W09] zna i rozumie podstawy technik obliczeniowych i programowania, wspomagających pracę matematyka i rozumie ich ograniczenia	Student zna i rozumie podstawy technik obliczeniowych stosowanych do rozwiązywania równań ewolucyjnych oraz potrafi świadomie korzystać z narzędzi programistycznych, rozumiejąc ich możliwości i ograniczenia.	[SW4] test/egzamin - ustny lub pisemny

Treści przedmiotu

Wprowadzenie do równań ewolucyjnych:

- Przykłady zjawisk modelowanych równaniami ewolucyjnymi (fala, dyfuzja, Schrödingera).

Wstęp do matematyki obliczeniowej równań ewolucyjnych:

- Dyskretyzacja czasoprzestrzenna: pojęcie siatki, krok czasowy i przestrzenny.
- Kryteria jakości algorytmów: dokładność, stabilność, zbieżność, efektywność.

Dyskretyzacja czasowa:

- Metody jawne i niejawne (Euler, Crank-Nicolson, Runge-Kutta).
- Stabilność i sztywność równań (A-stabilność, L-stabilność).

Dyskretyzacja przestrzenna:

- Metody różnic skończonych (FDM).
- Metody elementów skończonych (FEM).
- Metody spektralne podstawy i zastosowania.

Rozwiązywanie równań ewolucyjnych:

- Połączenie dyskretyzacji czasowej i przestrzennej.
- Schematy dla równań parabolicznych, hiperbolicznych i Schrödingera.

Analiza numeryczna algorytmów:

- Źródła błędów: obcięcie, zaokrąglenie.
- Warunek Couranta-Friedrichsa-Lewyego (CFL).
- Konserwacja wielkości fizycznych (np. energii) w algorytmach.

Implementacja i wizualizacja:

- Implementacja w Pythonie (NumPy, Matplotlib, SciPy).
- Wizualizacja rozwiązań przebiegi czasowe, profile przestrzenne.

Zagadnienia wybrane i projekty studenckie:

- Rozwiązania do problemów rzeczywistych (np. fala na granicy, rozchodzenie się ciepła).
- Projekty z wykorzystaniem rzeczywistych modeli fizycznych lub biologicznych.

Wymagania wstępne i dodatkowe	Wymagania wstępne: • Podstawowa znajomość analizy matematycznej (pochodne, całki, podstawowe równania różniczkowe). • Znajomość podstaw algebry liniowej (układy równań liniowych, macierze, przestrzenie liniowe). • Umiejętność programowania w Pythonie na poziomie podstawowym (zmienne, pętle, funkcje, praca z bibliotekami numerycznymi np. NumPy). • Umiejętność komunikowania się w języku angielskim na poziomie umożliwiającym udział w wykładach i ćwiczeniach prowadzonych w tym języku. Wymagania dodatkowe (zalecane): • Odbyte zajęcia z przedmiotu <i>Foundations of Computational Mathematics</i> (nieobowiązkowe, ale pomocne). • Znajomość podstawowych metod numerycznych (np. metody Eulera, interpolacja, całkowanie numeryczne). • Zainteresowanie zastosowaniami matematyki w naukach przyrodniczych i inżynierii.								
Sposoby i kryteria oceniania osiąganych efektów uczenia się	<table><tr><th>Sposób oceniania (składowe)</th><th>Próg zaliczeniowy</th><th>Składowa oceny końcowej</th></tr><tr><td>egzamin</td><td>51.0%</td><td>100.0%</td></tr></table>	Sposób oceniania (składowe)	Próg zaliczeniowy	Składowa oceny końcowej	egzamin	51.0%	100.0%		
Sposób oceniania (składowe)	Próg zaliczeniowy	Składowa oceny końcowej							
egzamin	51.0%	100.0%							
Zalecana lista lektur	<table><tr><td>Podstawowa lista lektur</td><td> 1. Peter Deuflhard, Folkmar Bornemann, Scientific computing with ordinary differential equations, Springer, 2002. 2. Peter Deuflhard, Martin Weiser, Adaptive numerical solution of pdes, DeGruyter, 2012. 3. Ernst Hairer, Gerhard Wanner, Solving ordinary differential equations II, 2nd edition, Springer, 1996. 4. A. Iserles, A First Course in the Numerical Analysis of Differential Equations, CUP, 2009. </td></tr><tr><td>Uzupełniająca lista lektur</td><td> 1. Ben Leimkuhler, Sebastian Reich, Simulating Hamiltonian dynamics, CUP, 2004. 2. C. Lubich, From Quantum to Classical Molecular Dynamics: Reduced Models and Numerical Analysis, EMS, 2008. </td></tr><tr><td>Adresy eZasobów</td><td></td></tr></table>	Podstawowa lista lektur	1. Peter Deuflhard, Folkmar Bornemann, Scientific computing with ordinary differential equations, Springer, 2002. 2. Peter Deuflhard, Martin Weiser, Adaptive numerical solution of pdes, DeGruyter, 2012. 3. Ernst Hairer, Gerhard Wanner, Solving ordinary differential equations II, 2nd edition, Springer, 1996. 4. A. Iserles, A First Course in the Numerical Analysis of Differential Equations, CUP, 2009.	Uzupełniająca lista lektur	1. Ben Leimkuhler, Sebastian Reich, Simulating Hamiltonian dynamics, CUP, 2004. 2. C. Lubich, From Quantum to Classical Molecular Dynamics: Reduced Models and Numerical Analysis, EMS, 2008.	Adresy eZasobów			
Podstawowa lista lektur	1. Peter Deuflhard, Folkmar Bornemann, Scientific computing with ordinary differential equations, Springer, 2002. 2. Peter Deuflhard, Martin Weiser, Adaptive numerical solution of pdes, DeGruyter, 2012. 3. Ernst Hairer, Gerhard Wanner, Solving ordinary differential equations II, 2nd edition, Springer, 1996. 4. A. Iserles, A First Course in the Numerical Analysis of Differential Equations, CUP, 2009.								
Uzupełniająca lista lektur	1. Ben Leimkuhler, Sebastian Reich, Simulating Hamiltonian dynamics, CUP, 2004. 2. C. Lubich, From Quantum to Classical Molecular Dynamics: Reduced Models and Numerical Analysis, EMS, 2008.								
Adresy eZasobów									
Przykładowe zagadnienia/ przykładowe pytania/ realizowane zadania	• Różnice między metodami jawnymi a niejawnymi w dyskretyzacji czasowej. • Stabilność metod numerycznych pojęcie A-stabilności i jej znaczenie. • Dyskretyzacja przestrzenna: porównanie metod różnic skończonych, elementów skończonych i spektralnych.								
Praktyki zawodowe w ramach przedmiotu	Nie dotyczy								

Dokument wygenerowany elektronicznie. Nie wymaga pieczęci ani podpisu.