

**Karta przedmiotu**

Nazwa i kod przedmiotu	Geometria różniczkowa, PG_00208823						
Kierunek studiów	Matematyka (O)						
Data rozpoczęcia studiów	październik 2025 r.	Rok akademicki realizacji przedmiotu			2026/2027		
Poziom kształcenia	II stopnia	Grupa zajęć			Grupa zajęć fakultatywnych Grupa zajęć specjalnościowych		
Forma studiów	stacjonarne	Sposób realizacji			na uczelni		
Rok studiów	2	Język wykładowy			polski		
Semestr studiów	4	Liczba punktów ECTS			6.0		
Profil kształcenia	ogólnoakademicki	Forma zaliczenia			egzamin		
Jednostka prowadząca	Rektor -> Wydział Matematyki, Fizyki i Informatyki -> Instytut Matematyki						
Imię i nazwisko wykładowcy (wykładowców)	Odpowiedzialny za przedmiot		dr hab. Andreas Zastrow				
	Prowadzący zajęcia z przedmiotu						
Formy zajęć	Forma zajęć	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Projekt	Seminarium	RAZEM
	Liczba godzin zajęć	30.0	30.0	0.0	0.0	0.0	60
	W tym liczba godzin zajęć na odległość: 0.0						
Aktywność studenta i liczba godzin pracy	Aktywność studenta	Udział w zajęciach dydaktycznych, objętych planem studiów		Udział w konsultacjach		Praca własna studenta	RAZEM
	Liczba godzin pracy studenta	60		10.0		80.0	150
Cel przedmiotu	Celem przedmiotu jest zapoznanie studentów z pojęciami, twierdzeniami i metodami geometrii wykorzystującej rachunek różniczkowy i całkowy funkcji wielu zmiennych. Student pozna precyzyjną definicję krzywizny i uzyska matematyczną intuicję otaczającej go przestrzeni dwu-wymiarowej.						

Efekty uczenia się przedmiotu	Efekt kierunkowy	Efekt z przedmiotu	Sposób weryfikacji i oceny efektu
	[MATMU2_K06] jest gotów do formułowania opinii na temat podstawowych zagadnień matematycznych	Student jest gotów do formułowania opinii na temat podstawowych zagadnień matematycznych w dziedzinie geometrii różniczkowej	[SK1] wypowiedź ustna/rozmowa/diskusja
	[MATMU2_W03] zna i rozumie w sposób pogłębiony wybraną dziedzinę matematyki teoretycznej lub stosowanej i jest w stanie rozumieć sformułowania zagadnień tej dziedziny pozostających na etapie badań oraz zna powiązania zagadnień tej dziedziny z innymi działami matematyki	Student zna i rozumie podstawy geometrii różniczkowej, w szczególności twierdzenia będące przedmiotem wykładu, dotyczące m. in. teorii krzywizny, krzywizny powierzchni i podstaw geometrii riemannowskiej, wraz z odpowiednimi definicjami, przykładami i ważniejszymi dowodami lub szkicami dowodów. Student zna i rozumie powiązania między zagadnieniami będącymi przedmiotem wykładu a pojęciami poznanymi wcześniej, np. w toku wykładów z analizy matematycznej i algebry liniowej	[SW4] test/egzamin - ustny lub pisemny
	[MATMU2_U04] potrafi, na poziomie zaawansowanym i obejmującym matematykę współczesną, stosować oraz przedstawiać w mowie i na piśmie, metody co najmniej jednej wybranej gałęzi matematyki	Dla dziedziny geometrii różniczkowej student może uczyć się na podstawie przedstawionego materiału w tej dziedzinie na poziomie zaawansowanym w mowie i na piśmie przedstawić matematyczne argumentacje.	[SU2] prezentacja/projekt/referat/raport [SU3] opracowanie tekstowe/praca pisemna [SU4] test/egzamin - ustny lub pisemny
	[MATMU2_U05] potrafi w wybranej dziedzinie przeprowadzać dowody, w których stosuje w razie potrzeby również narzędzia z innych działów matematyki	Student potrafi przeprowadzać dowody z zakresu tych poddziedzin geometrii różniczkowej które zostały umówione w wykładzie (w szczególności płaszczyzna styczna, krzywizna krzywej, reper Freneta, krzywizna powierzchni, twierdzenie Egregium, I i II formy kwadratowe, i podstawowa geometria Riemanna), używając zarówno standardowych metod analizy, geometrii elementarnej i topologii.	[SU2] prezentacja/projekt/referat/raport [SU8] obserwacja samodzielnej lub zespołowej pracy studenta
	[MATMU2_K05] jest gotów do samodzielnego wyszukiwania informacji w literaturze, także w językach obcych	Student jest gotów do samodzielnego wyszukiwania informacji w literaturze w dziedzinie geometrii różniczkowej, także w językach obcych	[SK1] wypowiedź ustna/rozmowa/diskusja
	[MATMU2_K02] jest gotów do precyzyjnego formułowania pytań, służących pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania	Student w zakresie geometrii różniczkowej jest gotów do precyzyjnego formułowania pytań, służących pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania	[SK1] wypowiedź ustna/rozmowa/diskusja
	[MATMU2_K01] jest gotów do uznania ograniczenia własnej wiedzy i jest gotów do dalszego kształcenia	Student jest gotów do uznania ograniczenia własnej wiedzy i jest gotów do dalszego kształcenia	[SK8] obserwacja samodzielnej lub zespołowej pracy studenta
	[MATMU2_K04] jest gotów do rozumienia i docenienia znaczenia uczciwości intelektualnej w działaniach własnych i innych osób; postępowania etycznego	Student jest gotów do rozumienia i docenienia znaczenia uczciwości intelektualnej w działaniach własnych i innych osób; postępowania etycznego	[SK8] obserwacja samodzielnej lub zespołowej pracy studenta
	[MATMU2_U07] potrafi określić swoje zainteresowania i je rozwijać; w szczególności jest w stanie nawiązać kontakt ze specjalistami w swojej dziedzinie, np. rozumieć ich wykłady przeznaczone dla młodych matematyków	Student potrafi określić swoje zainteresowania i je rozwijać; w szczególności jest w stanie nawiązać kontakt ze specjalistami z zakresu geometrii różniczkowej, np. rozumieć ich wykłady przeznaczone dla młodych matematyków.	[SU1] wypowiedź ustna/rozmowa/diskusja [SU8] obserwacja samodzielnej lub zespołowej pracy studenta

Efekt kierunkowy	Efekt z przedmiotu	Sposób weryfikacji i oceny efektu
[MATMU2_U06] potrafi zastosować metody i przykłady z wybranej dziedziny matematyki w pokrewnych dziedzinach	Student potrafi rozwiązywać zadania praktyczne z tematyki wykładu (dotyczące m. in. płaszczyzny stycznej, krzywizny krzywej, reperu Freneta, krzywizny powierzchni, twierdzenia Egregium, I i II formy kwadratowej) .	[SU3] opracowanie tekstowe/ praca pisemna [SU4] test/egzamin - ustny lub pisemny
[MATMU2_W02] zna i rozumie dobrze rolę i znaczenie konstrukcji rozumowań matematycznych	Student zna i rozumie podstawy geometrii różniczkowej, w szczególności twierdzenia będące przedmiotem wykładu, dotyczące m. in. teorii krzywych, krzywizny powierzchni i podstaw geometrii riemannowskiej, wraz z odpowiednimi definicjami, przykładami i ważniejszymi dowodami lub szkicami dowodów.	[SW4] test/egzamin - ustny lub pisemny
[MATMU2_U03] potrafi rozumieć teksty matematyczne, o różnym charakterze, z wybranych dziedzin matematyki	Student potrafi stosować poznane podczas wykładu twierdzenia i metody dowodowe, korzystać z idei i technik występujących w dowodach twierdzeń i przykładach podanych w trakcie wykładu, podać zastosowania poznanych podanych na wykładzie twierdzeń. Student potrafi w sposób zrozumiały, w mowie i na piśmie, formułować definicje i twierdzenia oraz samodzielnie przedstawiać poprawne rozumowania matematyczne dotyczące zagadnień z wykładu, np. zbadać własności danego obiektu, skonstruować przykład obiektu o określonych własnościach lub podać odpowiedni kontrprzykład.	[SU8] obserwacja samodzielnej lub zespołowej pracy studenta
[MATMU2_U01] potrafi konstruować rozumowania matematyczne: dowodzić twierdzenia, jak i obalać hipotezy poprzez konstrukcje i dobór kontrprzykładów	Student potrafi stosować poznane podczas wykładu twierdzenia i metody dowodowe, korzystać z idei i technik występujących w dowodach twierdzeń i przykładach podanych w trakcie wykładu, podać zastosowania poznanych podanych na wykładzie twierdzeń. Student potrafi w sposób zrozumiały, w mowie i na piśmie, formułować definicje i twierdzenia oraz samodzielnie przedstawiać poprawne rozumowania matematyczne dotyczące zagadnień z wykładu, np. zbadać własności danego obiektu, skonstruować przykład obiektu o określonych własnościach lub podać odpowiedni kontrprzykład. Student potrafi rozwiązywać zadania praktyczne z tematyki wykładu (dotyczące m. in. płaszczyzny stycznej, krzywizny krzywej, reperu Freneta, krzywizny powierzchni, twierdzenia Egregium, I i II formy kwadratowej) .	[SU2] prezentacja/projekt/referat/ raport [SU3] opracowanie tekstowe/ praca pisemna [SU4] test/egzamin - ustny lub pisemny

	<table border="1"> <tr> <th>Efekt kierunkowy</th> <th>Efekt z przedmiotu</th> <th>Sposób weryfikacji i oceny efektu</th> </tr> <tr> <td>[MATMU2_W01] zna i rozumie w sposób pogłębiony teorię wybranych działów matematyki</td> <td>Student w zakresie tych kawałków geometrii różniczkowej, które można w ciągu jednego semestru przedstawić (w szczególności teoria krzywych, krzywizna powierzchni i podstawy geometrii riemannowskiej, wraz z odpowiednimi definicjami, przykładami i ważniejszymi dowodami lub szkicami dowodów) zna i rozumie w sposób pogłębiony odpowiednią teorię. W szczególności w tej dziedzinie on(a) wymienia podstawowe definicje i wzory, zna przykłady i kontrprzykłady zdefiniowanych obiektów, i poprawnie formułuje i dowodzi podstawowe twierdzenia.</td> <td>[SW4] test/egzamin - ustny lub pisemny</td> </tr> </table>	Efekt kierunkowy	Efekt z przedmiotu	Sposób weryfikacji i oceny efektu	[MATMU2_W01] zna i rozumie w sposób pogłębiony teorię wybranych działów matematyki	Student w zakresie tych kawałków geometrii różniczkowej, które można w ciągu jednego semestru przedstawić (w szczególności teoria krzywych, krzywizna powierzchni i podstawy geometrii riemannowskiej, wraz z odpowiednimi definicjami, przykładami i ważniejszymi dowodami lub szkicami dowodów) zna i rozumie w sposób pogłębiony odpowiednią teorię. W szczególności w tej dziedzinie on(a) wymienia podstawowe definicje i wzory, zna przykłady i kontrprzykłady zdefiniowanych obiektów, i poprawnie formułuje i dowodzi podstawowe twierdzenia.	[SW4] test/egzamin - ustny lub pisemny						
Efekt kierunkowy	Efekt z przedmiotu	Sposób weryfikacji i oceny efektu											
[MATMU2_W01] zna i rozumie w sposób pogłębiony teorię wybranych działów matematyki	Student w zakresie tych kawałków geometrii różniczkowej, które można w ciągu jednego semestru przedstawić (w szczególności teoria krzywych, krzywizna powierzchni i podstawy geometrii riemannowskiej, wraz z odpowiednimi definicjami, przykładami i ważniejszymi dowodami lub szkicami dowodów) zna i rozumie w sposób pogłębiony odpowiednią teorię. W szczególności w tej dziedzinie on(a) wymienia podstawowe definicje i wzory, zna przykłady i kontrprzykłady zdefiniowanych obiektów, i poprawnie formułuje i dowodzi podstawowe twierdzenia.	[SW4] test/egzamin - ustny lub pisemny											
Treści przedmiotu	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Zapoznanie studenta z elementami teorii krzywych, wzorami Freneta, krzywizna krzywych</li> <li>2. Pojęcie powierzchni, przestrzeni stycznej, metryki Riemanna, izometria oraz geodezyjna</li> <li>3. Równania różniczkowe geodezyjnych, odwzorowanie sferyczne oraz pojęcie krzywizny Gaussa</li> <li>4. Twierdzenie Egregium, I i II forma kwadratowa powierzchni</li> <li>5. Suma kątów w trójkącie oraz opis geodezyjnych na płaszczyźnie euklidesowej, hiperbolicznej oraz na sferze</li> <li>6. Wybrane wiadomości z geometrii riemannowskiej - pochodna kowariantna, przesunięcie równoległe, koneksja.</li> </ol>												
Wymagania wstępne i dodatkowe	Standardowe wykłady z analizy, algebry liniowej i topologii metrycznej z wcześniejszych lat studium matematycznego.												
Sposoby i kryteria oceniania osiągniętych efektów uczenia się	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Sposób oceniania (składowe)</th> <th>Próg zaliczeniowy</th> <th>Składowa oceny końcowej</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>egzamin</td> <td>51.0%</td> <td>50.0%</td> </tr> <tr> <td>aktywność i kolokwium w ćwiczeniach</td> <td>51.0%</td> <td>50.0%</td> </tr> <tr> <td>obserwacja postawy studenta</td> <td>51.0%</td> <td>0.0%</td> </tr> </tbody> </table>	Sposób oceniania (składowe)	Próg zaliczeniowy	Składowa oceny końcowej	egzamin	51.0%	50.0%	aktywność i kolokwium w ćwiczeniach	51.0%	50.0%	obserwacja postawy studenta	51.0%	0.0%
Sposób oceniania (składowe)	Próg zaliczeniowy	Składowa oceny końcowej											
egzamin	51.0%	50.0%											
aktywność i kolokwium w ćwiczeniach	51.0%	50.0%											
obserwacja postawy studenta	51.0%	0.0%											
Zalecana lista lektur	<table border="1"> <tr> <td>Podstawowa lista lektur</td> <td> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. W. Klingenberg - A course of differential geometry, Springer 1978</li> <li>2. M. Sadowski - Geometria różniczkowa, UG, 1988</li> <li>3. C. Bowszyc, J. Konarski, Wstęp do geometrii różniczkowej, UW, 2007</li> <li>4. J. Oprea, Geometria różniczkowa i jej zastosowania, PWN, 2002</li> </ol> </td> </tr> <tr> <td>Uzupełniająca lista lektur</td> <td>brak</td> </tr> <tr> <td>Adresy eZasobów</td> <td></td> </tr> </table>	Podstawowa lista lektur	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. W. Klingenberg - A course of differential geometry, Springer 1978</li> <li>2. M. Sadowski - Geometria różniczkowa, UG, 1988</li> <li>3. C. Bowszyc, J. Konarski, Wstęp do geometrii różniczkowej, UW, 2007</li> <li>4. J. Oprea, Geometria różniczkowa i jej zastosowania, PWN, 2002</li> </ol>	Uzupełniająca lista lektur	brak	Adresy eZasobów							
Podstawowa lista lektur	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. W. Klingenberg - A course of differential geometry, Springer 1978</li> <li>2. M. Sadowski - Geometria różniczkowa, UG, 1988</li> <li>3. C. Bowszyc, J. Konarski, Wstęp do geometrii różniczkowej, UW, 2007</li> <li>4. J. Oprea, Geometria różniczkowa i jej zastosowania, PWN, 2002</li> </ol>												
Uzupełniająca lista lektur	brak												
Adresy eZasobów													
Przykładowe zagadnienia/ przykładowe pytania/ realizowane zadania	brak												
Praktyki zawodowe w ramach przedmiotu	Nie dotyczy												

Dokument wygenerowany elektronicznie. Nie wymaga pieczęci ani podpisu.