

Prof. dr hab. Roman Srzednicki  
Instytut Matematyki  
Uniwersytetu Jagiellońskiego

## OPINIA O ROZPRAWIE DOKTORSKIEJ PANA MGR. PIOTRA NOWAK-PRZYGODZKIEGO

Rozprawa doktorska mgr. Piotra Nowak-Przygodzkiego składa się z czterech prac, z których trzy zostały już opublikowane, a jedna została przyjęta do druku. Współautorem wszystkich prac jest Piotr Bartłomiejczyk. Tematyką rozprawy są homotopijne własności gradientowych pól wektorowych ze zwartym zbiorem zer. Głównymi wynikami są:

1. Uzupełnienie i modyfikacja dowodu twierdzenia Parusińskiego.
2. Homotopijna równoważność okręgu z przestrzenią gradientowych pól wektorowych na dysku mających jednakowy stopień Brouwera.
3. Bijektywność inkluzji między klasami otopii pól wektorowych, gradientowych pól wektorowych i pól wektorowych właściwych.

Problem znalezienia homotopijnych niezmienników gradientowych pól wektorowych o zwartym zbiorze zer został postawiony przez prof. Kazimierza Gębę. W roku 1990 Adam Parusiński udowodnił, że klasy homotopii pól gradientowych na  $n$ -wymiarowym dysku są wyznaczone przez stopień Brouwera. Twierdzenie Parusińskiego wraz z niemal dosłownym powtórzeniem oryginalnego dowodu zostało umieszczone w monografii S.V. Emelyanov, S.K. Korovin, N.A. Bobylev, A.V. Bulatov, *Homotopy of Extremal Problems*, Walter de Gruyter, Berlin, New York, 2007. Faktycznie, ten dowód wymaga pewnego uzupełnienia: brak w nim jest wyjaśnienia istnienia gradientowej homotopii między polami  $id$  i  $-id$  na płaszczyźnie. Taką homotopię skonstruowali (prawdopodobnie nie zauważając luki w oryginalnym dowodzie) A.V. Gordeichuk i V.B. Moroz w pracy *An example of the gradient homotopy of gradient vector fields*, *Nonlinear analysis and applications*, Tr. Inst. Mat. Natl. Akad. Nauk Belarusi, Minsk, 1998, Tom 1, 30-33.

We wchodzącej w zakres rozprawy przyjętej do druku w *Math. Slovaca* pracy *Path components of the space of gradient vector fields on the two-dimensional disc* został przedstawiony nieco zmodyfikowany dowód twierdzenia Parusińskiego (w przypadku dwuwymiarowym), zawierający dwie konstrukcje gradientowej homotopii łączącej  $id$  z  $-id$  (różne od konstrukcji Gordeichuka i Moroza, która zapewne nie była znana autorom). Moim zdaniem jest to najbardziej klarowny z dotychczas opublikowanych dowodów tego twierdzenia.

