

dr hab. Paweł Caban, prof. UŁ  
Katedra Fizyki Teoretycznej  
Wydział Fizyki i Informatyki Stosowanej  
Uniwersytet Łódzki

Recenzja rozprawy doktorskiej mgr. Kamila Kostrzewy  
pt. *Kryteria nieklasyczności w kwantowych układach wielu cząstek*.

Rozprawa doktorska pana mgr. Kamila Kostrzewy oparta jest o wyniki przedstawione w następujących 4 pracach (według numeracji zastosowanej przez Autora):

- [A] K. Kostrzewa, W. Laskowski, T. Vertesi, „Closing the detection loophole in multipartite Bell experiments with a limited number of efficient detectors”, *Phys. Rev. A* 98, 012138 (2018);
- [B] M. Markiewicz, K. Kostrzewa, A. Kołodziejski, P. Kurzyński, W. Laskowski, „Investigating nonclassicality of many qutrits by symmetric two-qubit operators”, *Phys. Rev. A* 94, 032119 (2016);
- [C] K. Rosołek, K. Kostrzewa, A. Dutta, W. Laskowski, M. Wieśniak, M. Żukowski, „Clearer visibility Hong-Ou-Mandel effect with correlation function based on rates rather than intensities”, *Phys. Rev. A* 95, 042119 (2017);
- [D] W. Laskowski, M. Markiewicz, D. Rosseau, T. Byrnes, K. Kostrzewa, A. Kołodziejski, „Correlation-based entanglement criterion in bipartite multiboson systems”, *Phys. Rev. A* 92, 022339 (2015),

których mgr Kostrzewa jest współautorem. Podkreślić należy, że mimo iż wszystkie prace są wieloautorskie to opublikowane zostały w bardzo dobrym czasopiśmie *Physical Review A*.

Przedstawiona rozprawa składa się ze wstępu, czterech zasadniczych rozdziałów, krótkiego podsumowania oraz spisu cytowanej literatury. We wstępie Autor przedstawia skrótowo wybrane zagadnienia formalizmu mechaniki kwantowej (opis stanu, stany splątane, pojęcie tensora korelacji, nierówności typu Bella). Z oczywistych powodów przedstawienie takie musi być bardzo zwięzłe, w tym jednak wypadku zwięzłość odbiła się na jakości. Cały rozdział napisany jest dość chaotycznie, Autor nie zawsze zachowuje należyty precyzję. I tak na przykład:

- Na str. 16 sformułowany jest Postulat I mechaniki kwantowej mówiący o tym, że stan układu jest opisany przez unormowany wektor z pewnej przestrzeni Hilberta. Jednakże reguła pozwalająca wyliczyć wartość średnią obserwabli w stanie mieszanym (równanie (1.3)) nie jest już określona jako postulat. (Nawiasem mówiąc poza Postulatem I Autor nie formułuje już żadnych innych postulatów).

- Na str. 16 warunek nr 2 określający macierz gęstości powinien nosić nazwę nieujemnej określoności (lub dodatniej półokreśloności).
- Na str. 17 w równaniu (1.4) wektory  $|0\rangle$  i  $|1\rangle$  powinny być ortonormalne (co implikuje wynika z warunku  $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ ).
- Na str. 19 w definicji 2 brakuje stwierdzenia, że  $\hat{\rho}_A^i$  i  $\hat{\rho}_B^i$  są macierzami gęstości. Ponadto powinno być  $\hat{\rho}_A^i \in \text{End}(\mathcal{H}_A)$ ,  $\hat{\rho}_B^i \in \text{End}(\mathcal{H}_B)$  zamiast  $\hat{\rho}_A^i \in \mathcal{H}_A$ ,  $\hat{\rho}_B^i \in \mathcal{H}_B$ .

Rozdział drugi poświęcony jest analizie łamania nierówności typu Bella w stanach wielocząstkowych w przypadku gdy stosowane są detektory o różnej efektywności. Rozważany jest przypadek, gdy część detektorów charakteryzuje się wysoką efektywnością a pozostałe są mało efektywne. Do analizy tego przypadku wykorzystana została nierówność (2.1), w której dwie grupy detektorów traktowane są w sposób asymetryczny. Nierówność ta jest kluczowa dla uzyskania głównego rezultatu rozdziału. Szkoda, że nie została w żaden sposób wyprowadzona w rozprawie, Autor pisze tylko lakonicznie, że „w takim scenariuszu można zdefiniować nową rodzinę nierówności Bella” nie odnosząc się nawet do żadnego źródła. Dopiero po sięgnięciu do oryginalnego artykułu [A] dowiedziałem się, że (2.1) była rozważana w pracy [W. Laskowski, T. Vértesi, M. Wieśniak, „Highly noise resistant multiqubit quantum correlations”, J. Phys. A 48 465301 (2015)]. W nierówności (2.1) wykorzystuje się pewną (w zasadzie dowolną) nierówność dla  $k$  cząstek i zakłada, że pomiar na pozostałych  $N - k$  cząstkach redukuje się do projekcji. W pracy w szczególności rozważono przypadek  $N$  kubitowego stanu GHZ,  $N$  kubitowego stanu Dickego i 4 kubitowego stanu cluster. Pokazano, że w zastosowanym podejściu rozważana nierówność może być złamana przy niższej efektywności przynajmniej niektórych detektorów niż inne znane nierówności.

W rozdziale trzecim Autor bada nieklasyczość qutritów. Metoda zastosowana w tym rozdziale opiera się na obserwacji, że przestrzeń stanów qutritu jest izomorficzna z symetryczną podprzestrzenią przestrzeni stanów dwóch qubitów. W związku z tym operacje działające w przestrzeni qutritów mogą zostać „przetłumaczone” na język operacji działających w symetrycznej podprzestrzeni przestrzeni dwóch qubitów. Stosując taką metodę Autor bada maksymalne łamanie nierówności Collinsa–Gisina–Lindena–Massara–Popescu (CGLMP) dla dwóch i trzech qutritów. Stosowana jest metoda operatora Bella. W szczególności wartościowym rezultatem rozdziału jest jasny dowód, że stan maksymalnie splątany trzech qutritów nie daje maksymalnego łamania nierówności CGLMP. Rozdział pozostawi jednak pewien niedosyt. Na przykład na str. 51 podany jest stan dający maksymalne łamanie nierówności CGLMP dla trzech qutritów (w reprezentacji 6 qubitów) — wzór (3.31). Jego uzasadnieniem jest tylko stwierdzenie „badania wykazały, że”, nie podano w jaki sposób stan ten został znaleziony. Szkoda również, że Autor nie wyjaśnił bardziej szczegółowo na czym ta polega stosowana w rozdziale metoda operatora Bella.

Rozdział czwarty poświęcony jest nieklasyczości w eksperymencie interferometrycznym Hong–Ou–Mandela. Proponowana tu idea opiera się na zastąpieniu w analizie eksperymentu uśrednień po intensywnościach przez uśrednienia po znormalizowanych intensywnościach. Pokazano, że stosując takie podejście można otrzymać wyższy kontrast interferometryczny niż w klasycznym podejściu. Niestety wiele rezultatów

przedstawionych jest bardzo skrótowo, nie pokazano na przykład jak otrzymać wzory (4.36), (4.37), (4.41) i (4.42). Wysumowanie szeregów za pomocą których wyrażają się prawe strony tych wzorów na pierwszy rzut oka nie wydaje się proste. Występują również drobniejsze usterki, na przykład tangens hiperboliczny w jednym miejscu oznaczany jest  $\tanh$  a w innym  $\tgh$ .

W rozdziale piątym Autor rozważa splątanie w układach wielu bozonów. Zaproponowano nowe kryterium splątania dla takich układów oparte o formalizm tensora korelacji. Z formalnego punktu widzenia kryterium opiera się na identyfikacji stanu wielobozonego z pewnym stanem quditu. Wtedy stan wielobozonego reprezentujemy za pomocą stanu dwuukuditowego i stosujemy kryterium splątania dla tego stanu. Tak wprowadzone kryterium porównane zostało z podejściem tradycyjnym. Tak jak w poprzednich rozdziałach i tutaj wiele formuł i terminów pojawia się bez należytego wyjaśnienia. I tak na przykład po równaniu (5.9) Autor wprowadza bozonowe operatory Schwingera, nie wyjaśnia jednak co to jest oraz jak (i czy) te operatory są związane z operatorami spinu. Na str. 73 pojawia się stwierdzenie, że operatory Schwingera nie stanowią bazy całej przestrzeni, nie zostało jednak wyjaśnione o jakiej przestrzeni mowa.

Przechodząc do oceny całej rozprawy chcę stwierdzić, że merytoryczną zawartość rozprawy oceniam bardzo wysoko. Zawiera ona interesujące i istotne wyniki naukowe. Co więcej większość otrzymanych rezultatów wydaje się być bardzo dobrze dopasowana do przetestowania eksperymentalnego.

Niestety od strony formalnej praca pozostawia więcej do życzenia. Treść głównych rozdziałów pracy (rozdziały od 2 do 5) odpowiada w zasadzie dokładnie treści artykułów [A–D]. W wielu wypadkach jest to wręcz dosłowne tłumaczenie fragmentów odpowiednich artykułów. Szczególnie widoczne jest to w przypadku rozdziału 5, który jest dosłownym tłumaczeniem [D] z nieco zmienioną kolejnością podrozdziałów. Nawet wszystkie rysunki w rozdziale 5 pochodzą z [D] (choć Autor *explicite* tego nie stwierdza). Moim zdaniem Autor nie wykorzystał możliwości jakie daje przygotowanie oddzielnej rozprawy doktorskiej. W takim przypadku oczekiwać można, że wyniki przedstawione w oryginalnych artykułach z konieczności dość zwięzłe, w pracy zostaną rozwinięte a ich wyprowadzenie uzupełnione o brakujące szczegóły. Niestety przedstawiona rozprawa nie spełnia tych warunków czego przykłady wskazałem omawiając poszczególne rozdziały. Z recenzenckiego obowiązku zauważę też, że w pracy występują również drobne błędy typograficzne, jest ich jednak bardzo mało i nie wpływają na ogólną ocenę pracy.

Pomimo powyższych uwag krytycznych stwierdzam, że praca doktorska mgr. Kamila Kostrzewy spełnia ustawowe i zwyczajowe wymogi stawiane pracom doktorskim. Przedstawione przez doktoranta wyniki są naukowo interesujące i wartościowe. Wnoszę o dopuszczenie pana mgr. Kamila Kostrzewę do dalszych etapów przewodu doktorskiego.